場の量子論にみせられて…

土屋 昭博

名大. 多元数理.

奈良女子大学にて

2002年 3月 15日.

目次

I: おもちゃの量子論

II: リーマン面上の共形場理論の構成(ひみつのばくろ)

I. おもちゃの量子論

おもちゃ の特性。

1) 構造が簡単

2) 遊んでいて楽しい。

3) 本質がうきぼりとなる。

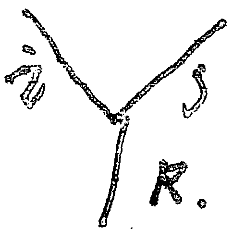
$\boxed{\S I\text{-}1}$

設定.

・電荷 $\in \cancel{I}\ \{0, 1, \cdots, l\}$ $l \geq 1$.

・荷電共役 $* : \begin{array}{ccc} I & \longrightarrow & I \\ \cup & & \cup \\ i & \longrightarrow & i^* = i \end{array}$

・保存法則.



: 開く.

$\Longleftrightarrow$ ・$\underline{i+j+k}$: 偶数

・$|i-j| \leq k \leq i+j$

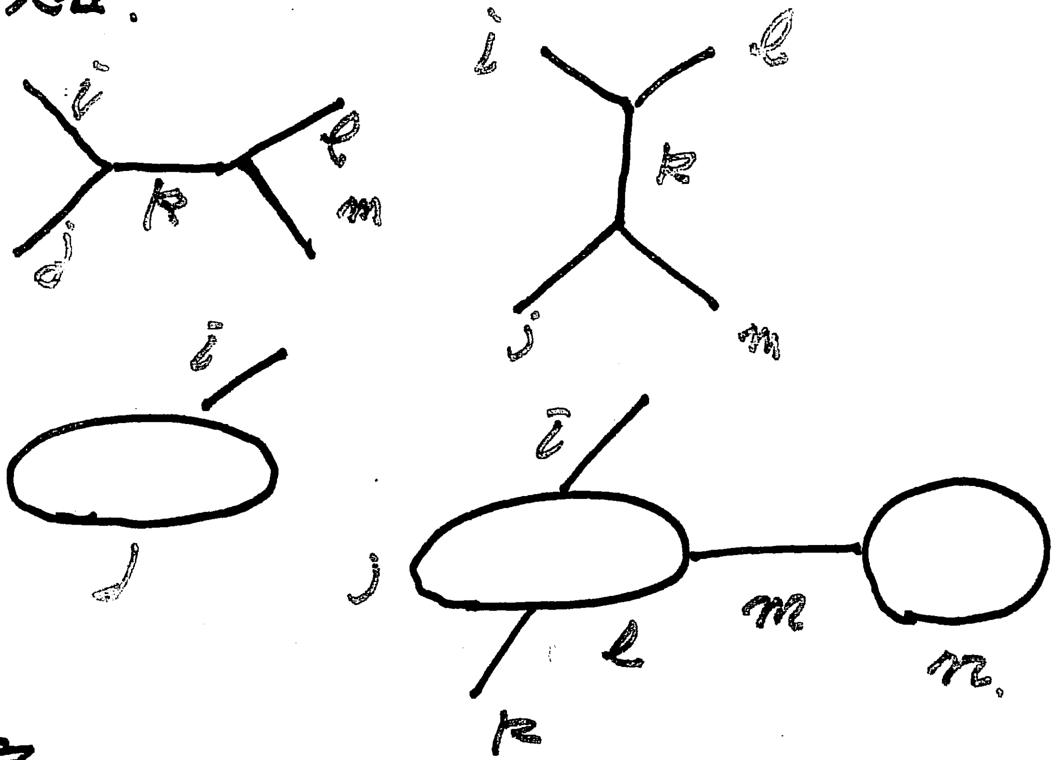
三角不等式

・注意: i, j, k について

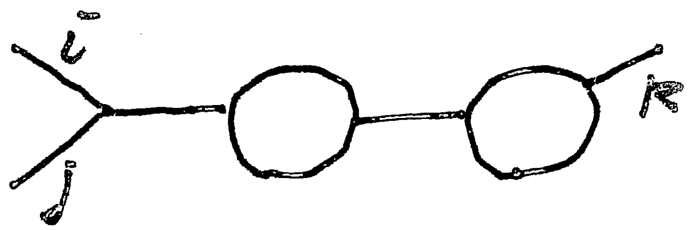
対称.

・$N_{ijk} = \begin{cases} 1 & 開く \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$

回路.



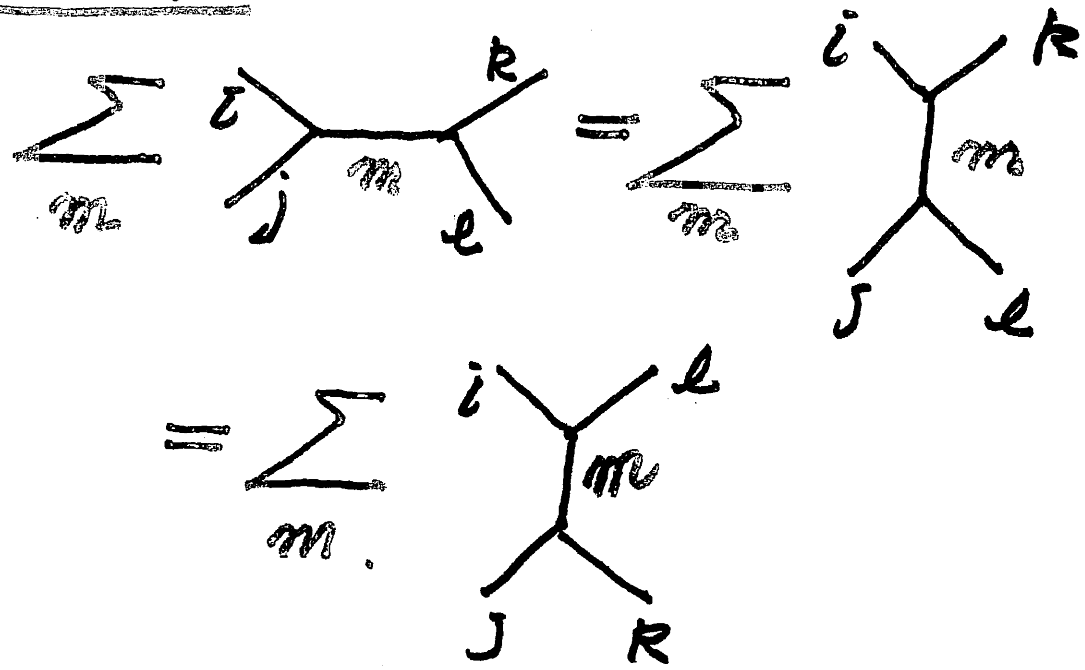
設定
・回路固定
・外線に入る(出る)電荷固定



問：可能な電荷の配置の数

＝？

双対性.



Verlinde 代数.

・$\mathcal{R} = \sum_i \mathbb{Z}\varphi_i$.

$$\varphi_i \cdot \varphi_j = \sum_k N_{ij}{}^k \varphi_j$$

$$N_{ijk} = N_{ij}{}^k$$

・$\mathcal{R}$: $\mathbb{Z}$上のφ_0を単位元とする可換代数.

$\mathcal{C}$: 可換

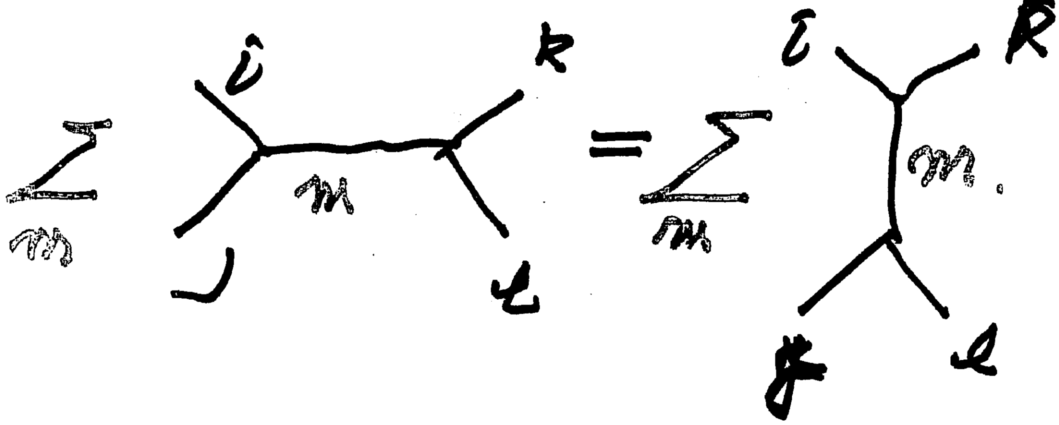
$\longleftrightarrow \quad N_{ij}^{k} = N_{ji}^{k}$

$\mathcal{S}_0$: 単位元

$\longleftrightarrow \quad N_{0i}^{j} = \delta_{i}^{j}$

$\mathcal{C}$: associtivia

$\longleftrightarrow$ 双対性.



一般の双対性

・(g, N) $\quad g \geq 0,\ N \geq 0$

$$\begin{cases} g = 0 \Rightarrow N \geq 3 \\ g = 1 \Rightarrow N \geq 1 \\ g \geq 2 \Rightarrow N \geq 0 \end{cases}$$

・$A = \{1, \cdots N\}$

$J_A = \{J_1, \cdots J_N\} \quad J_a \in \{0, 1, \cdots \ell\}$

(Γ, J_A)

Γ: 一次元グラフ

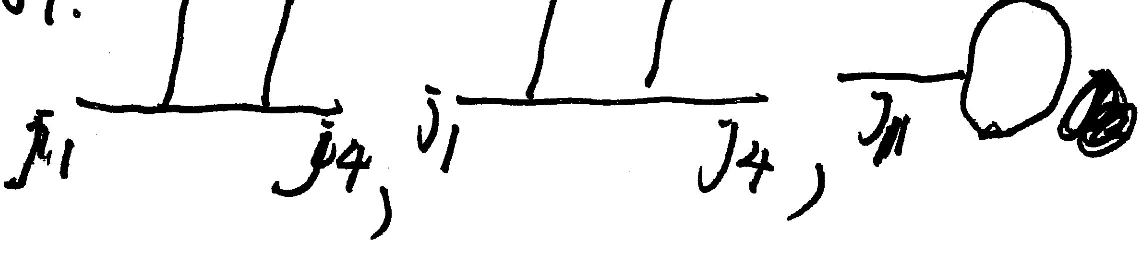
・3分岐グラフ

・外線 $A = \{1, \cdots N\}$ で番号付

・$J_A = \{J_1, \cdots J_N\}$: 外線

$a \to J_a$: 電荷

例.



$d_P(J_A)$

$\equiv \#\{(P, A)$ の曲線への可能な配置の数

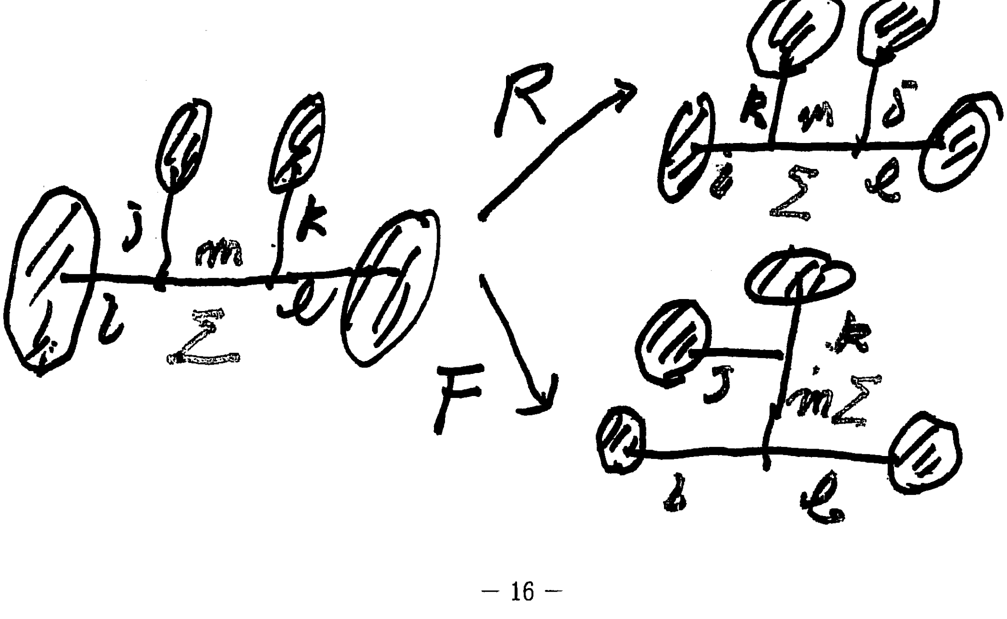
定理 $\boxed{\text{双対性}}$

$d_P(J_A)$ は (g, N) と J_A のみにより、P の取り方によらない。

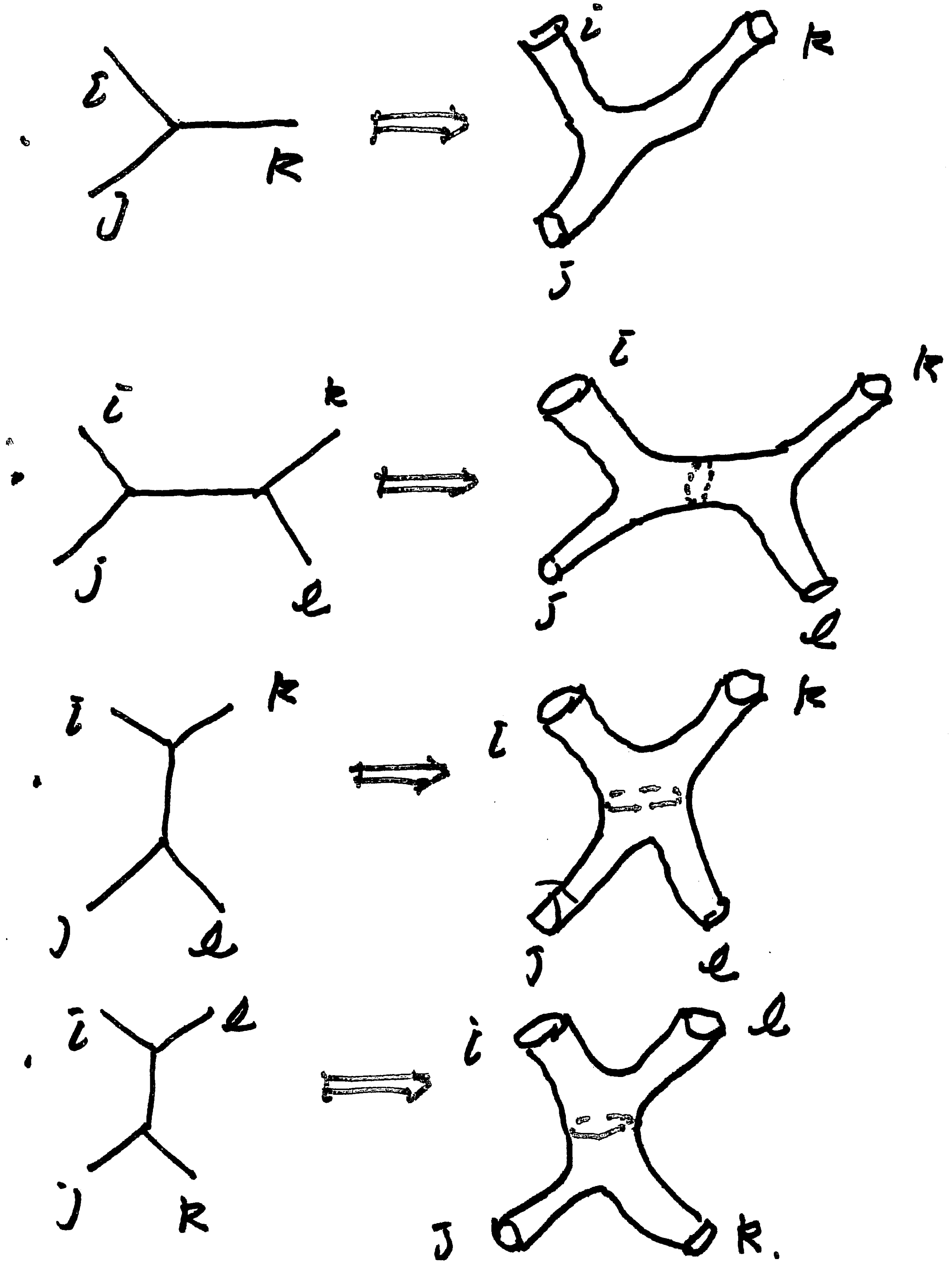
$d_{g,N}(J_A)$ と表わす。

∵) $(g, N), J_A$ 固定すると

(P, J_A) 達は次の変換でうつり合う

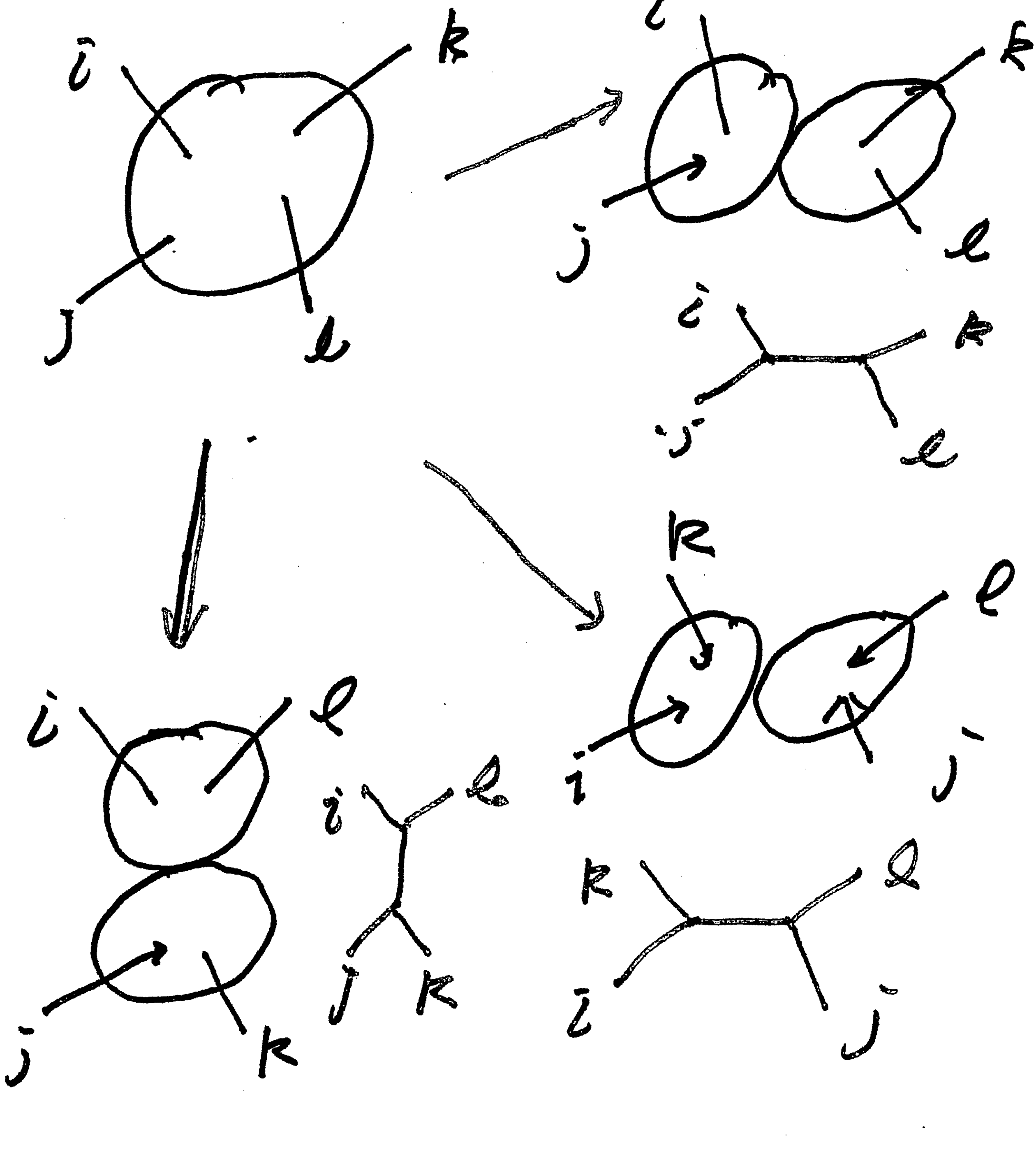


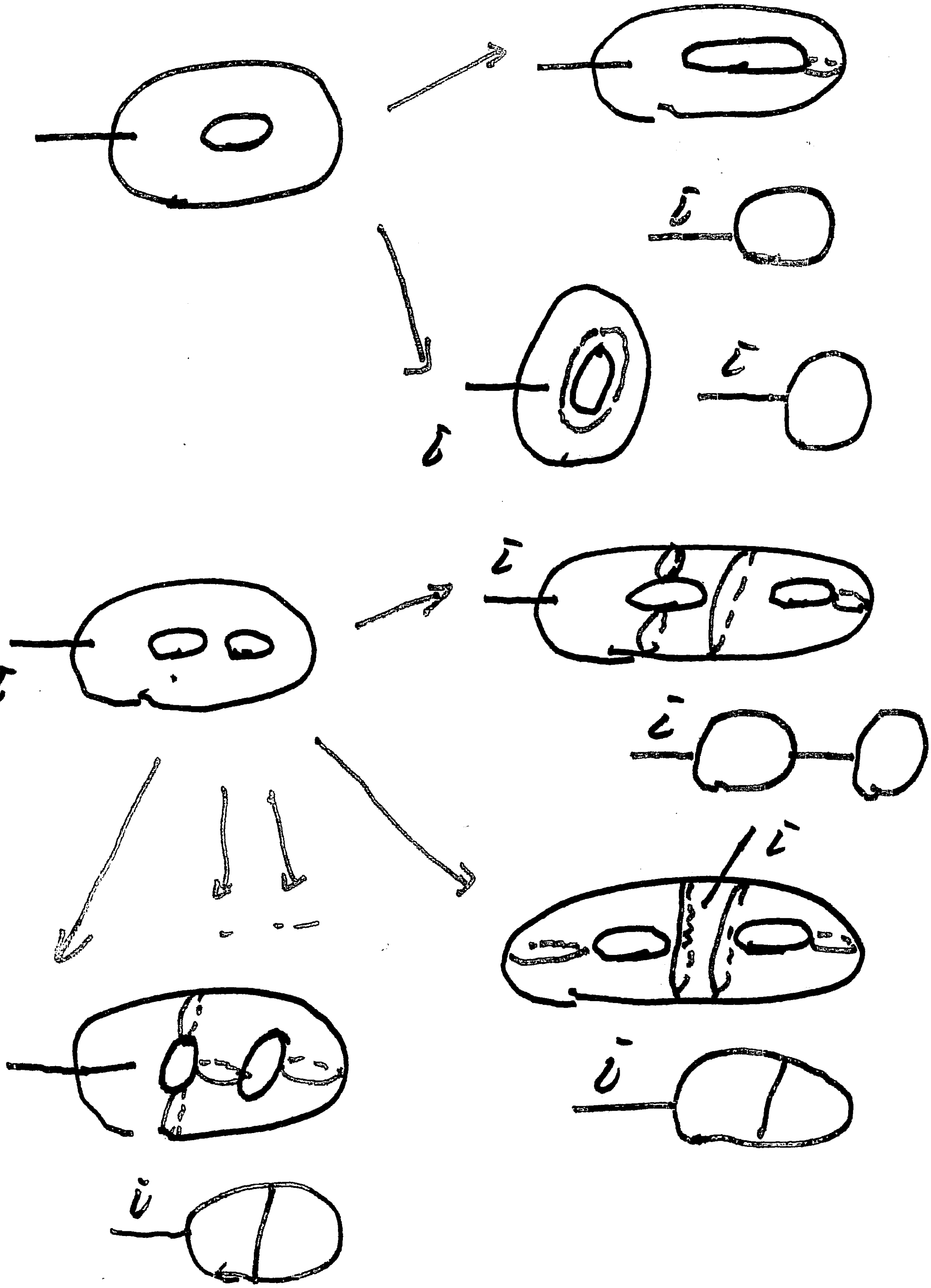
1次元から2次元へ.



2次元から一次元へ.

パンツ分解 → リーマン面の退化.




i
i
i
i
i
i
i
i
i

命題

$(g.N) \longrightarrow \Gamma.$

Γ: 外線 $= \{1, \cdots, N\}$

内線の数 $= 3g-3+N$

3分岐点の数 $= 2g-2+N$.

例

$(g.N)=(0,5)$

# 内線	2	2
# 3分岐	3	3

$(g.N)=(2,2)$

# 内線	5	5
# 3分岐	4	4.

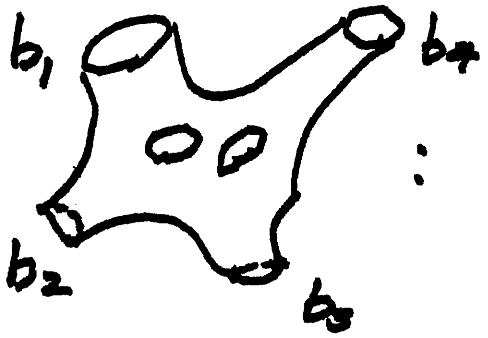
§I-2.

・双対性 $\Longrightarrow$ 写像類群の表現.

写像類群 $\Gamma(g,N)$

: $(S; b_1 \cdots b_N)$

S: 種数 g. 向きづけられた曲面. 境界 $b_1, \cdots b_N$.



: $(g,N) = (2,4)$.

$\Gamma(g,N)$

$$\equiv \{ f : (S, b_1, \cdots b_N) \longrightarrow (S, b_1, \cdots b_N)$$

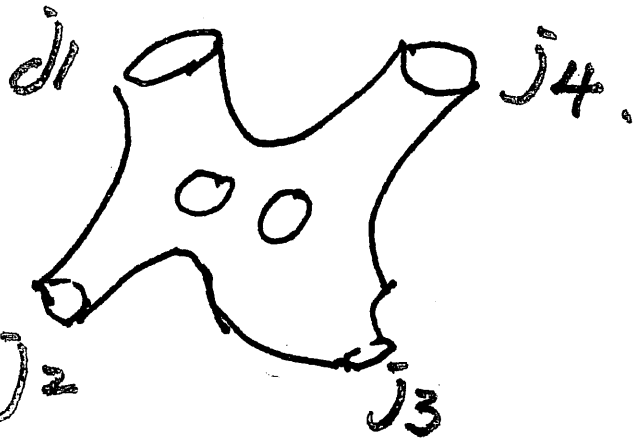
向きをたもつ同相写像

$$f|_{b_i} = id. \} \Big/ \sim \ : \text{Isotopy}.$$

(T, g) の表現の構成.

Data $J = \{j_1 \cdots j_N\}$　$j_a \in I$.

外線上の電荷.



: $V_{g,N}(J)$: 仮想的表現空間

$\mathcal{D}$:

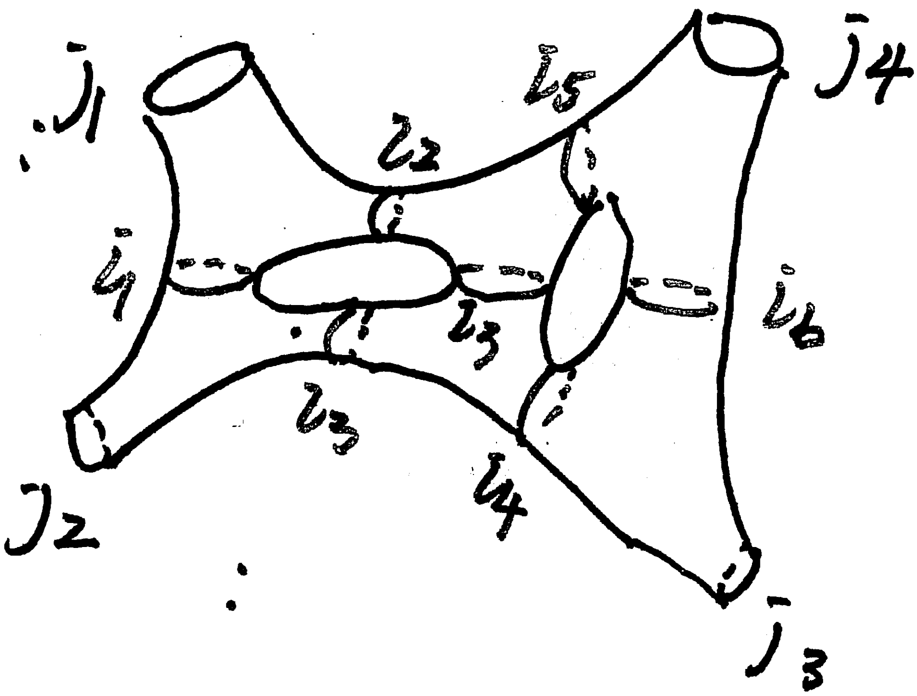
・$V_{g,N}(J)$ の色々な実現

$V_{\mathcal{D}}(J)$: $\mathcal{D}$: $(S; b_1 \cdots b_N)$ のパンツ分解.

$\mathcal{V}_P(J)$ の構成.

$$\mathcal{V}_P(J) \equiv \sum_{I=(i_1,\cdots i_M)} \mathbb{C}\,|I, J\rangle$$

P :



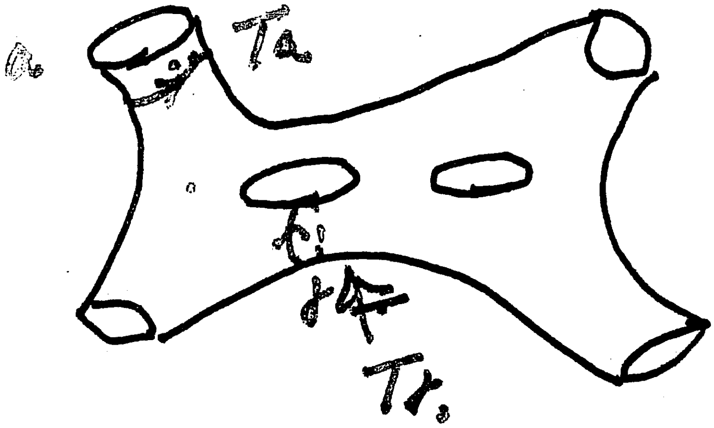
$I = (i_1, \cdots i_M)$.

: 内線 = cut
をつらぬく電荷

$\boxed{\text{注意} \ \dim \mathcal{V}_P(J)}$

Pによらず $(g, N; J)$ のみによる

・$\mathcal{P}$：パンツー分解.



・a：外線　　$\underline{T_a} \in \Gamma(g,N)$

・γ：内線　　$\underline{T_\gamma} \in \Gamma(g,N)$

共に Dehn twist.

主張

$\{T_1, \cdots T_N, T_\gamma : \gamma \in$ 外線$\}$

$\subseteq \Gamma(g,N)$

$\Gamma(g,N)$の極大可換部分群を生成する。

・荷電粒子のエネルギー

$$\Delta_i = \frac{i(i+2)}{4(\ell+2)} \qquad i \in I = \{0, 1, \cdots \ell\}.$$

・$\Gamma(g,N)$ の表現 $\rho(I)$ on $V_{g,N}(I)$

・パンツ分解 P

$\{T_a, T_\alpha\}$: 可換 $\subseteq \Gamma(g,N)$

・$\boxed{V_P(I) = \sum_J \mathbb{C}\,|I,J\rangle}$

・$\{T_a, T_\alpha\}$ を同時対角化する表示（量子力学）

・$T_a |I,J\rangle = \Delta_{i_a} |I,J\rangle$

・$T_\alpha |I,J\rangle = \Delta_{j_\alpha} |I,J\rangle$.

$e^{2\pi i \Delta}$.

$\Gamma(g,N)$ の $V_{g,N}(J)$ 上への
表現の構成。

① $V_P(J) = \bigoplus_I \mathbb{C}\langle I, J\rangle_P$

$\{T_a, T_b\}_P$ を対角する表示。

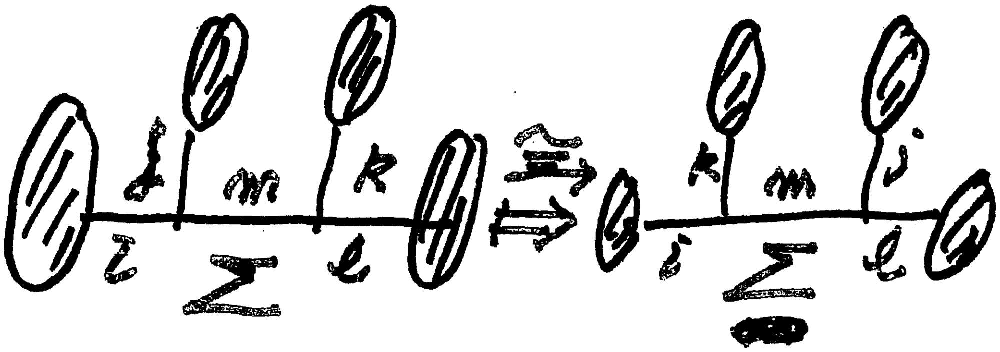
② $V_P(J)$ の間の
接続行列 の構成 三

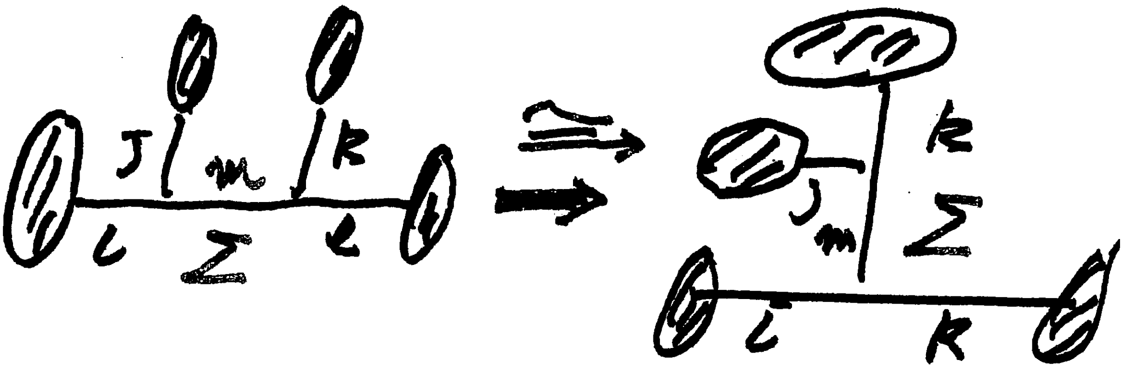
· $R,\ T,\ S$

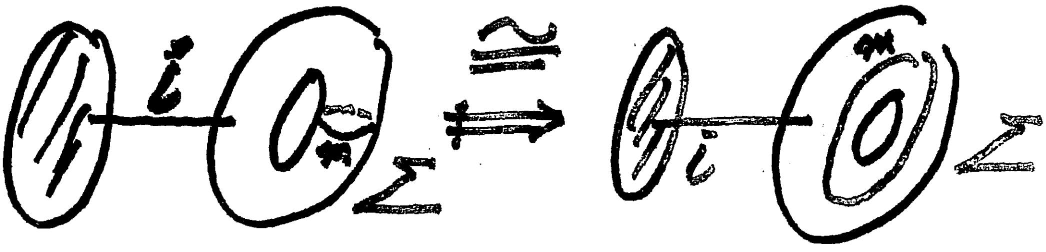
· $R,\ T,\ S$ の間の基本関係式

Grothendieck, Seiberg-Moore.

接続行列 R, F, S.

R


F:


S


R, F, S: 基本亜群を生成

$P \xrightarrow{\text{亜}} P$: R.F.S
もとにもどる　は P(9, N) に同型

II. リーマン面上の共形場理論の構成（ひみつのぱくろ）

§II.0

・$\Gamma(g,N)$ の無限小化.

・荷電粒子を運ぶ場の作用素の構成.

・場の作用素を運動させるエネルギー、モーメンタム、なる場の作用素の構成

⟸ リーマン面上での共形場理論の構成

1988年 T.U.Y.

物理学(者)とのつき合方.

[他流試合のすすめ.]

1) 物理学(者)とは、結論、例、数式にもとづいて議論する事

2) 物理学者の理由づけ、論理を彼等の云っている順番でげん密化、証明、を試みてはならない。

3) 発想の逆転

- 物理学者の最終結論
  $\Longrightarrow$ 数学者の定義
- 数学者：自分の定義に責任をもつ事.

伝統的場の理論における2つの方法。

1) 正準量子化。

2) 汎関数積分。

Lagrangean から出発。

- せつ動論により 分配関数、N点関数 の計算。

2次元共形場理論

- 共形不変性

⟹ ① エネルギー・モーメンタム
　　テンソル
　は ヴィラソロ代数を生成

　② 場の作用素
　　正則関数

- Non-abelian current

⟹ affine リー環を生成する

- Affine リー環のよい表現
（可積分表現）より出発
して、場の理論を構成する

T.K, T.U.Y (1988)の立場

§II.1 アファイン・リー環の可積分表現

$\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(2, \mathbb{C})$　3次元 単純リー環

・V_j　$j = 0, 1, 2, \cdots$

 ・$\mathfrak{g}$の有限次元既約表現

 ・$\dim V_j = 0$.

・$X^1, X^2, X^3 \in \mathfrak{g}$.

　$\mathfrak{g}$の正規直交基底

∘ $\Delta = \sum_{i=1}^{3} (X^i)^2$: ラプラス作用素

$$\boxed{\Delta = \frac{1}{2} j(j+1)\, \mathrm{id} \quad \text{on } V_j}$$

・アファインリー環

$$\hat{\mathfrak{g}} = \mathfrak{g}\otimes \mathbb{C}((\xi)) \oplus \mathbb{C}c \oplus \mathbb{C}d$$

・$\mathbb{C}((\xi))$：ローラン級数全体

・c：center　　$d = \xi \cdot \frac{d}{d\xi}$.

・$[X\otimes\xi^m, Y\otimes \xi^n]$
$= [X,Y]\otimes\xi^{m+n} + m(X,Y)\cdot\delta_{m+n,0}\,c$.

・$X_n = X\otimes\xi^n$.

・可積分表現　$\ell=0,1,\dots$ レベル

$\mathcal{H}_j = \sum_{d\ge 0}\mathcal{H}_j(d)$　　$j=0,1,\dots,\ell$

$$\begin{cases} \cdot\ c=\ell\,\mathrm{id}. \\ \cdot\ \mathcal{H}_j(0)=V_j \quad \dim\mathcal{H}_j(d)<\infty \\ \cdot\ X_n:\mathcal{H}_j(d)\to\mathcal{H}_j(d-n) \end{cases}$$

・$\mathcal{H}_j$：キヤク，よい性質をもつ

非可換電流. $X(z)$, $X\in\mathfrak{g}$

· $X(z)=\sum_{n\in\mathbb{Z}} X_n z^{-n-1}$

· $X(z): \mathcal{H}_j \longrightarrow \mathcal{H}_j$.

$z\in\mathbb{C}^*$ に正則に depend する

作用素

作用素積

$X(z)\,Y(w)$

$$\sim \frac{\ell(X,Y)}{(z-w)^2}\, id + \frac{1}{z-w}[X,Y](w)$$

$$+ \text{regular}$$

$$\boxed{z \longrightarrow w}$$

エネルギー・モーメント・テンソル. $T(z)$

$$T(z) = \lim_{w \to z} \frac{1}{2(l+2)} \left\{ \sum_{i=1}^{l} X^i(w) X^i(z) - \frac{3l}{(w-z)^2} \mathrm{id} \right\}$$

$$= \sum_{n \in \mathbb{Z}} T(n) z^{-n-2}.$$

- 交換関係 $\quad c_v = \frac{3l}{l+2}$：中心電荷

  - $[T(m), T(n)] = (m-n) T(m+n) + \frac{1}{12}(m^3 - m) \delta_{m+n,0} c_v \mathrm{id}$
    - Vir：ヴィラソロ・代数
  - $[T(m), X(z)] = z^m \left(z \frac{d}{dz} + (m+1) \right) X(z)$
    - 場の作用素
  - $T(0)|_{\mathcal{H}_j(d)} = (d + \Delta_j)\, \mathrm{id}$ on $\boxed{\mathcal{H}_j(d)}$：エネルギー作用素

§II-2. リーマン面上での アフィン・リー環の表現論の展開 (Adel の方法)

$\mathfrak{X} = (R, Q, \xi)$ $\quad A = \{1, \cdots N\}$

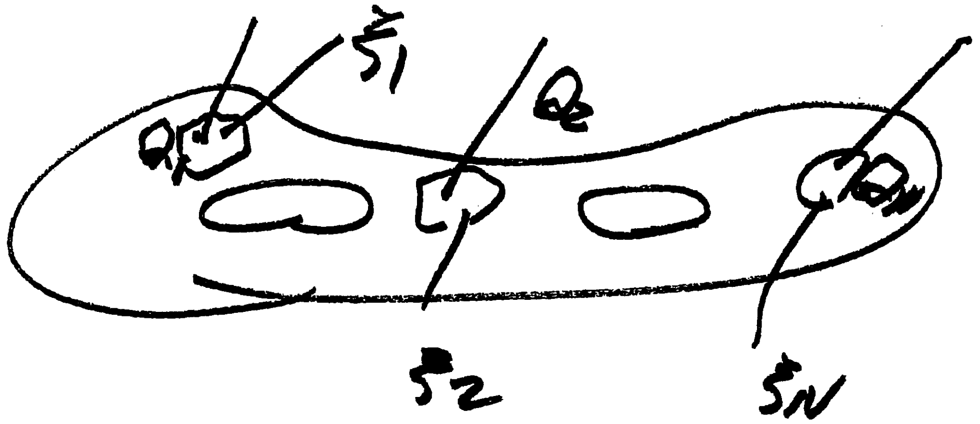
$Q_A = (Q_1, \cdots Q_N)$ $\quad \xi_A = (\xi_1, \cdots \xi_N)$

R: 種数 g のリーマン面

$Q_1, \cdots Q_N$: 相異なる点 on R.

$\xi_1, \cdots \xi_N$: ξ_a: 点 Q_a のまわりの局所座標

$\xi_a(Q_a) = 0$



・アデール $\widehat{\mathfrak{g}}_A$

・$\widehat{\mathfrak{g}}_A = \sum_{a\in A} \widehat{\mathfrak{g}}_a$ $\widehat{\mathfrak{g}}_a$: copy of $\widehat{\mathfrak{g}}$.

・$\mathcal{H}(J_A) = \bigotimes_{a\in A} \mathcal{H}_{j_a}$

$J_A = (j_1, \cdots j_N)$ $j_a \in A$.

・$\rho_A = \sum_a \rho_a$: $\widehat{\mathfrak{g}}_A$ の $\mathcal{H}(J_A)$ 上への Tensor 積表現

・Principal Adel $\widehat{\mathfrak{g}}^{out}_{\mathfrak{X}} \subseteq \widehat{\mathfrak{g}}_A$

・$j_A : \mathfrak{g} \otimes H^0(P^1, \mathcal{O}(*Q_A)) \longrightarrow \widehat{\mathfrak{g}}_A$

$X \otimes f(z) \longrightarrow \sum_a X \otimes f_a(\xi_a)$

$\boxed{f_a(\xi_a)}$: $f(z)$ の点 Q_a における ξ_a による展開

・$\widehat{\mathfrak{g}}^{out}_{\mathfrak{X}} = \mathrm{Im}\, j_A \subset \widehat{\mathfrak{g}}_A$

$\boxed{\text{Lie sub-algebra}}$

・コンフォーマル・ブロック

定義

・$\mathcal{V}_{\mathfrak{X}}(J_A) \equiv \dfrac{\mathcal{H}(J_A)}{\mathfrak{g}^{out}_{\mathfrak{X}}(\mathcal{H}(J_A))}$

・$\mathcal{V}^{+}_{\mathfrak{X}}(J_A) \equiv \mathrm{Hom}_{\mathbb{C}}(\mathcal{V}_{\mathfrak{X}}(J_A) : \mathbb{C})$

点 $\mathfrak{X}$ での共形ブロックの空間.

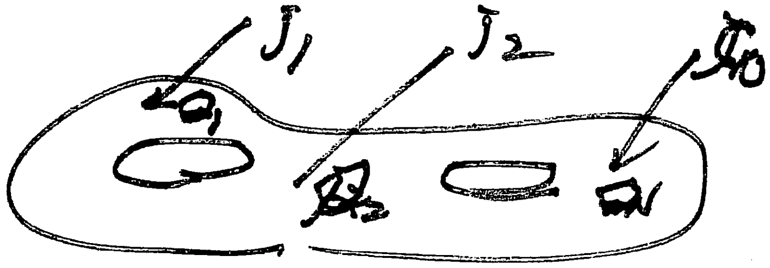
定理. 共形ブロックの空間の有限次元性.

$$\boxed{\dim_{\mathbb{C}} \mathcal{V}^{+}_{\mathfrak{X}}(J) < \infty}$$

非可換電流の相関関数系
共形ブロックの意味づけ

$\mathfrak{C} = (R, Q_A, \xi_A)$ 固定

$J_A = (j_1, \cdots j_N)$ 固定.



• $M = 0, 1, \cdots$

: $R^M \supset \Delta_M(Q)$: $\boxed{\text{Divisor}}$

$$\Delta_M(Q) = \left\{ z = (z_1 \cdots z_M) \;\; \begin{matrix} z_i = z_j \text{ or } z_i = w_\infty \\ (\exists) \end{matrix} \right\}$$

$H^0(R^M, \Omega^{\otimes M}(*\Delta_M(Q)))$

R^M上 Δ_M上のみに極をもつ $(1, \cdots 1)$型式.

定義. <u>非可換電流の相関関数系</u>

$\underline{\Phi = (\Phi_0, \Phi_1, \cdots)}$

$$\Phi_N : \underline{\mathfrak{g}^{\otimes N} \otimes \mathcal{H}(\lambda)} \longrightarrow H^0(R^N, \Omega^{\otimes N}(*\Delta_N))$$

$$\underline{X_1 \otimes \cdots \otimes X_N \otimes u} \longmapsto \underline{\langle \Phi_N | X_1(z_1) \cdots X_N(z_N) | u \rangle \, dz_1 \cdots dz_N}$$

1) $X_1(z_1)dz_1, \cdots \quad X_N(z_N)dz_N$

の置かんで不変.

2)

3) } 次頁

2) $\langle \Phi_{H+1} | X(z) X_1(z_1) \cdots X_H(z_H) | a \rangle$
$dz\, dz_1 \cdots dz_H$

$$= \sum_{n \in \mathbb{Z}} \langle \Phi_H | X_1(z_1) \cdots X_H(z_H) | \rho_a(X_n) | a \rangle \, \xi_a(z)^{-n-1} d\xi_a(z)\, dz_1 \cdots dz_H$$

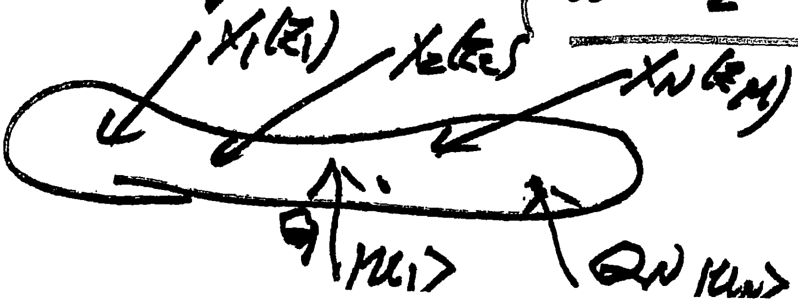
as $z \to Q_a$

2) $\langle \Phi_{H+2} | X(z) Y(w) X_1(z_1) \cdots X_H(z_H) | a \rangle$
$dz\, dw\, dz_1 \cdots dz_H$

$$\sim \frac{\ell(X,Y)}{(z-w)^2} \langle \Phi_H | X_1(z_1) \cdots X_H(z_H) | a \rangle \, dz\, dw\, dz_1 \cdots dz_H$$

$$+ \frac{1}{(z-w)} \langle \Phi_{H+1} | [X, Y](w) X_1(z_1) \cdots X_H(z_H) | a \rangle \, dz\, dw\, dz_1 \cdots dz_H$$

+ regular $\boxed{\text{as } z \to w}$



· $\mathrm{Corr}_{\mathfrak{X}}(J_A) \ni \{\Phi = (\Phi_0, \Phi_1, \cdots)\}$

定理.

$$\mathrm{Corr}_{\mathfrak{X}}(J_A) \xrightarrow{\cong} V^+_{\mathfrak{X}}(J_A)$$

$$\Phi = (\Phi_0, \Phi_1 \cdots) \longrightarrow \Phi_0$$

：ベクトル空間の同型.

注意

$$\mathfrak{X}^{(1)} = (R, Q_1 \cdots Q_N, \xi_1^{(1)} \cdots \xi_N^{(1)})$$

$\xi_a^{(1)}$; ξ_a を order 1 までみたもの

· $V^+_{\mathfrak{X}}(J_A)$ は適当な変換のもとで $\mathfrak{X}^{(1)}$ のみによる

· $V^+_{\mathfrak{X}^{(1)}}(J_A)$ と表わす.

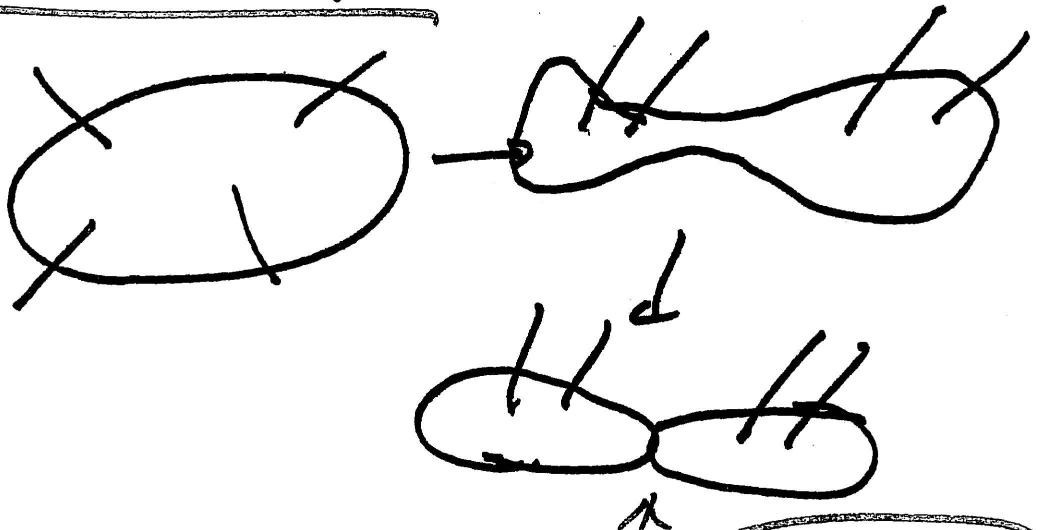
基本問題

1) $V^+_{\mathfrak{X}^{(1)}}(J_A)$ $\mathfrak{X}^{(1)}$ にどのように depend するか!

$$\dim_{\mathbb{C}} V^+_{\mathfrak{X}^{(1)}}(J_A) = ?$$

2) $V^+_{\mathfrak{X}^{(1)}}(J_A)$ は $\mathfrak{X}^{(1)}$ の退化につれてどのようにふるまうか

$\mathfrak{X}^{(1)}$ の退化



単純２重点

Moduli - space. $\quad A = \{1, \cdots N\}$

$$\mathcal{M}_{g.N}^{(1)} = \{ \mathfrak{X}^{(1)} = (R, Q_A, \xi_A^{(1)}) \mid \text{genus } R = g \} / \text{正則同型}$$

Moduli space of ~~genus~~ g N pointed genus g curves with first order coordinates.

$$\overline{\mathcal{M}}_{g.N}^{(1)} = \mathcal{M}_{g.N}^{(1)} \cup D_{g.N}^{(1)}$$

- $\mathcal{M}_{g.N}^{(1)}$ のコンパクト化
- $D_{g.N}^{(1)}$: normal crossing divisor
- $D_{g.N}^{(1)}$: 退化した点を表わす

$\overline{\mathcal{M}}_g$: $\xi_A^{(1)}$ を離わすれたもの

$$\pi : \overline{\mathcal{M}}_g^{(1)} \to \overline{\mathcal{M}}_g : (\mathbb{C}^*)^N\text{-bundle}$$

例 $\overline{M}_{(0,4)} = M_{(0,4)} \cup D_{(0,4)}$

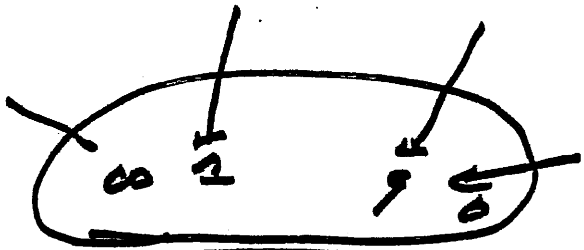
・ $\underset{4}{\underline{M_{(0,4)}}} \simeq \underset{4}{\underline{\mathbb{P}^1 \setminus \{0,1,\infty\}}}$

$\underline{(\mathbb{P}^1, 0, 1, q, z)} \longleftarrow \underline{q}$

・ $\overline{M}_{(0,4)} = \mathbb{P}^1$

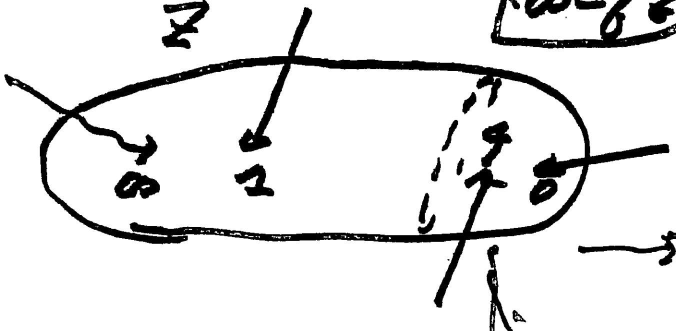
・ $q = 0 \to$?

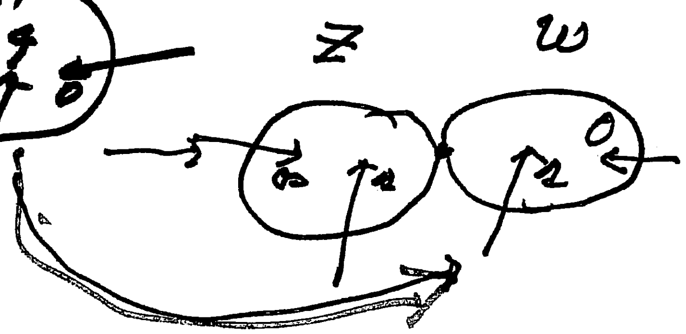
$\underline{(\mathbb{P}^1, (0, 1, q, z))}$



$\underline{q \to 0 \ ?}$ $\underline{\mathbb{P}^1 \ni z、 \quad w = qz.}$

$\boxed{w = qz}$ $q = 0$





$z = q$

$\longleftrightarrow w = 1$

$$\mathcal{V}^{+}_{M^{(1)}_{g,N}}(J_A) \equiv \bigcup_{x^{(1)} \in M^{(1)}_{g,N}} \mathcal{V}_{x^{(1)}}(J_A)$$

coherent $\mathcal{O}_{M^{(1)}_{g,N}}$-module

$\cap$

$\mathcal{V}_{\overline{M}^{(1)}_{g,N}}(J_A)$: coherent

$\mathcal{O}_{\overline{M}^{(1)}_{g,N}}$-module

i.e. $x^{(1)} \in \overline{M}^{(1)}_{g,N}$ 上でも

$\mathcal{V}_{x^{(1)}}(J_A)$ を定義.

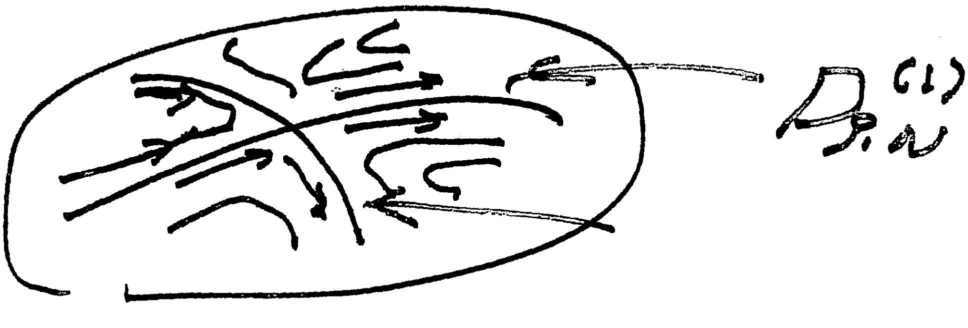
注意 $\mathcal{V}_{x^{(1)}}(J_A)$: 有限次元

· Projective connection on $\mathcal{V}_{M_{g,N}^{(1)}}(\mathcal{I}_\lambda)$

$\mathcal{D}'_{M_{g,N}^{(1)}}(-\log D_{g,N}^{(1)}; c_v) ; \quad c_v = \frac{3\ell}{2(\ell+2)}$

sheaf of ~~twisted~~, twisted first order differential operators on $M_{g,N}^{(1)}$, with log zero along $D_{g,N}^{(1)}$.

$$M_{g,N}^{(1)} \supseteq D_{g,N}^{(1)}$$



基本定理.

1) $\mathcal{V}_{\overline{M}_{g,N}^{(1)}}(J_A)$

coherent $\mathcal{O}_{\overline{M}_{g,N}^{(1)}}$ module

2) $D'_{\overline{M}_{g,N}^{(1)}}(-\log D_{g,N}^{(1)}, c_v)$

on canonical に

$\mathcal{V}_{\overline{M}_{g,N}^{(1)}}(J_A)$ に acts

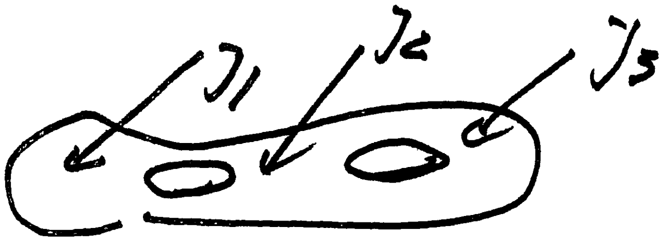
3) $\mathcal{V}_{\overline{M}_{g,N}^{(1)}}(J_A)$: locally

free $\mathcal{O}_{\overline{M}_{g,N}^{(1)}}$ module

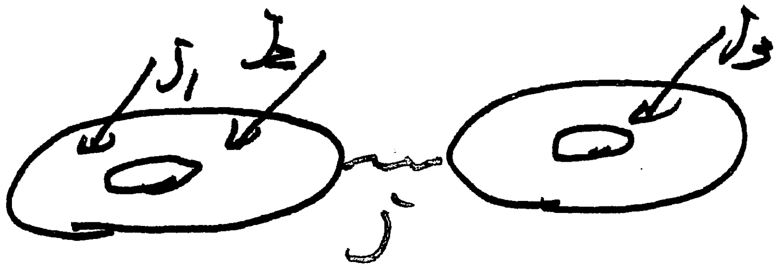
系 $\mathcal{V}_{\mathfrak{X}^{(1)}}(J_A)$ の次元

は $\mathfrak{X}^{(1)} \in \overline{M}_{g,N}^{(1)}$ によらない.

定理. 因子化定理.

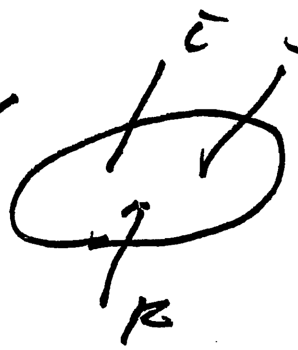


$\cong \sum_j$



定理

dim (



) $= N_{ij}^{k}$.

$\overline{M}_{g,N}$ の最も退化した点

$\updownarrow$

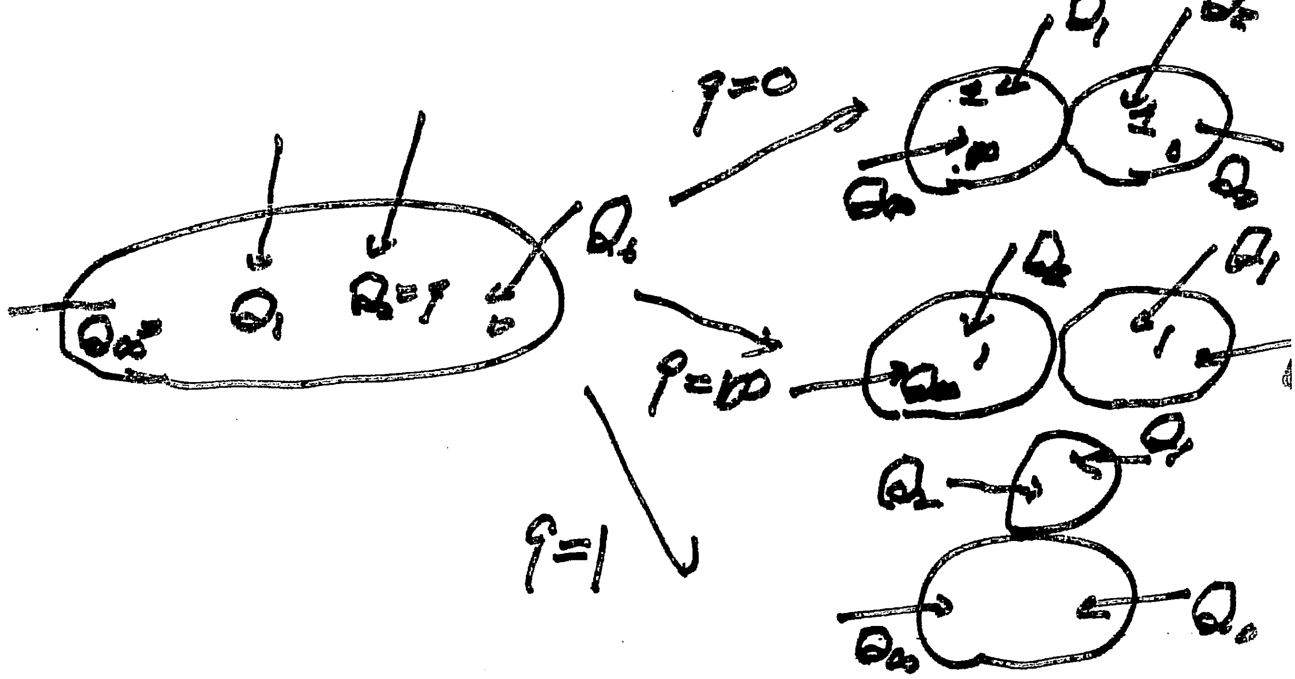
P：パンツ分解

例 $(g,N)=(0,4)$

$$\overline{M}_{(0,4)} = P^1 \supset D_{(0,4)} = \{0,1,\infty\}$$

$$: Q_0=0,\ Q_1=1,\ Q_2=q,\ Q_\infty=\infty$$

$$(P^1, Q_0, Q_1, Q_2, Q_3) \leftrightarrow q$$



$$\underline{\mathcal{V}_{\overline{\mathcal{M}}_{g,N}^{(1)}}(\mathcal{J}_A) \longrightarrow \mathcal{M}_{g,N}^{(1)}}$$

(proj) flat vector bundle

$$\cup \qquad\qquad\qquad \cup$$ 最も退化したところ

$$\underline{\mathcal{V}_{\underline{P}}(\mathcal{J}_A)} \longrightarrow \underline{P}$$

$\wr\wr$ ← canonical な同型

$$\underline{\underline{\sum_{I}}}\ C\langle I, J\rangle = \mathcal{V}_{\underline{P}}(\mathcal{J}_A)$$

この $\mathcal{V}_{\underline{P}}(\mathcal{J}_A)$ を上の flat connection にそって接続する

$\longrightarrow$ 接続行列

定理

$$\Gamma(g,N) \cong \pi_1(M_{g,N}^{(1)})$$

・$(M_{g,N}^{(1)}, \{P\})$ の基本亜群

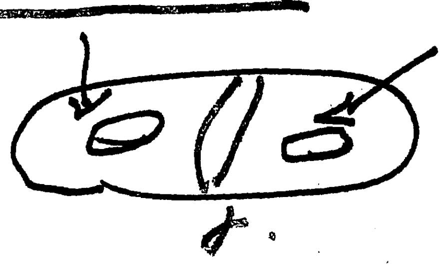
R, F, S 達で生成

・$\pi_1(M_{g,N}^{(1)}, \{P\})$ ← Pの近く

: $T_1, \cdots T_N$: $M_{g,N}^{(1)} \xrightarrow{(\mathbb{C}^*)^N} M_{g,N}$

fiber の π_1

・T_γ:



$D_\gamma^{(1)}$: γがつぶれた divisor $\subset \overline{M}_{g,N}^{(1)}$

: T_γ: $D_\gamma^{(1)}$ のまわりを一周した arc.

反省

◦場の量子論の展開

⇑

◦無限次元リー環の表現論の Moduli 空間 $\overline{M}_{g,N}^{(1)}$

$\{(R, Q_1 \cdots Q_N, \xi^{(1)})\} \longrightarrow \overline{M}_{g,N}$

上での幾何学的展開.

⇓

◦ $\overline{M}_{g,N}$ 上の $\mathcal{D}$ 加群 $\mathcal{V}^{\dagger}_{\overline{M}_{g,N}}$

↑

Virasoro 代数

[◦単純リー環の幾何学的展開 on G/B : flag 多様体]

問題点.

・Conformal-Block = 真空の幾何学的正体が明らかでない.

・Witten の Conjecture

・$\mathcal{V}^{+}_{\mathfrak{X}}(J)$

$$\cong H^0(\mathcal{P}_G(J), \mathcal{L}^{\otimes \ell})$$

・$\mathcal{P}_G(J)$: $(R, Q_1 \cdots Q_N)$ 上の G-bundle の moduli 空間

・$\mathcal{L}$: 行列式バンドル.

・1990年代始め 証明工ME
代数幾何との相互作用.

結語

・共形場理論　21世紀前夜

荷電粒子の生成－消めつ
・非可換電流

⇓

2次元時空の生成－消めつ
・エネルギー・モーメント
・テンソル
＝(非可換電流)^2

1980年代後半の新しい
進展.

① Atiyah, Donaldson
Floer, Konzevich.
Fukaya…

② 超げん理論の
幾何学化

Mirror対称性
双対性
D-brane

高次元時空の生成・消滅

・21世紀の幾何学の生成.

・21世紀は精神的、肉体的に若い君達を待っている。

The End.