

## 保型 L 関数とその零点の研究

理学部数学科 市原 由美子

保型形式は数論的に重要な性質を持つゼータ関数と密接に関わる重要な研究対象物となっている。数論的興味を持たれる研究対象は代数的・幾何的に研究をすることによって個々の興味深い結果を導くことも考えられるが、個々の性質に未知な点が多い場合はそのような手法で扱うことは非常に難しい。しかし、研究対象をディリクレ級数表示に持つようなゼータ関数やディリクレ L 関数を考えることができれば、その個々の構造や性質が分かっている場合でも、解析を通して研究をすることが可能となる。ゼータ関数や L 関数の特殊値や留数、そして零点の情報にその興味対象の性質が顕著に表れるからである。保型形式はゼータ関数や L 関数の性質と深くかかわる部分に出現し、保型形式全体を考えれば、そのようなゼータ関数や L 関数を保型形式の空間の構造から統一的に把握して扱うことが考えられる。

しかし、統一的に考えられることと、実際にゼータ関数や L 関数が示す研究対象物の特徴的な性質、つまり、特殊値や留数や零点の情報（零点の位置や位数や個数の評価など）が具体的にどのような値を取るかということが分かるということの間にはギャップがある。代数的・幾何的などの色々な視点で見えることと解析的に見えることは異なり、また其々の研究がお互いにお互いの立場に新しい情報を与え、助け合うことで、研究の対象となるものの理解を深めていくことができる。

さて、私が具体的に扱っている対象は 1 変数の保型形式、とくに尖点形式と呼ばれるものである。保型形式の重さを特に 2 と制限すると、これは楕円曲線と関わりを持つ。楕円曲線の有理点は群となることが知られている。その有理点の情報をディリクレ級数の係数とする L 関数は、重さが 2 の尖点形式から導かれる保型 L 関数に対応していることが知られている。つまり、保型形式の L 関数の特殊値や留数や零点の情報は楕円曲線の有理点の情報を持っていると考えられる。実際に **Birch and Swinnerton-Dyer Conjecture** では楕円曲線の有理点からなる群（有限生成アーベル群になる）のランクと、楕円曲線の L 関数の関数等式の折り返しの点における零の位数が一致すると予想されているので、つまり、重さ 2 の尖点形式から導かれる保型 L 関数の関数等式の折り返しの点における零の位数に興味が生じる。

一方で、リーマンゼータ関数の拡張として尖点形式から導かれる L 関数を考えてみる。リーマンゼータ関数は素数の情報を持つ関数で、リーマンゼータ関数が零点を持たない領域を調べることと、素数の個数の評価を調べることが対応する。このように素数の個数という整数論の問題を複素関数論の問題に言い換えたのがリーマンである。リーマンゼータ関数には重さ  $1/2$  の尖点形式が関係している。そのことから予想されるように、保型形式

の  $L$  関数はリーマンゼータ関数と似た性質を持っている。従って尖点形式から導かれる  $L$  関数についても、解析的に零を持たない領域が調べられている。つまり、大雑把な見方をすれば、楕円曲線の有理点には素数に対応するもので構成されていて、その素数と対応するものは素数と類似の性質を持っていると見ることができる。

前述のように性質を把握することと、具体的な数値を把握することには大きな違いがある。私は今までに尖点形式から導かれる  $L$  関数について研究をしてきた。特に最近では、関数等式の折り返しの点における値が零にならない場合、つまり、零の位数が  $0$  である場合を調べた。この研究は既に先行結果があるが、特に **newform** に限った情報を取り出したということが新しい点である。この結果の良い点は、楕円曲線の  $L$  関数が対応する尖点形式の  $L$  関数というのは、実際は **newform** の  $L$  関数であるので、そこに限った情報が取り出せたという点である。ただし、一般の重さやレベルで導いた結果ではなく、いくつかの条件が付いている。

今年度はそれを一般化するための考察や、関数等式の折り返しの点に関する零の位数の研究について別の手法を考察すること、また、それらの解析的な考え方は  $L$  関数の他の研究にも応用できるので、その応用、逆に零の位数に限らず他の研究で成果を上げている理論を尖点形式の  $L$  関数に導入する方法などを考察した。具体的な結果としては、一般的に **newform** とそこから派生する **oldform** について、双方のノルムの間関係式を得ることができた。この結果、 $L$  関数の零点の位数の研究は現在までに得られている発想や手法だけで扱うことは困難であることが予想された。今後はその困難を取り除くことが大きな目標となる。具体的に言えば、計算機による実験、半整数ウェイトの保型形式やジーゲル保型形式のリフトの応用、ヒルベルト保型形式を用いたフーリエ係数の研究などに取り組む予定である。

## 1. 研究活動と成果

今年度は、主に 1-1. 銀河団の観測研究と 1-2. ASTRO-H 衛星搭載 X 線カロリメータ検出器の性能評価を進めた。また 1-3. スキルアップ経費により、国際会議に参加して口頭発表を行った。これらの活動内容と得られた成果を述べる。

### 1-1. 銀河団の観測研究

銀河団は宇宙の階層構造のなかで最も巨大な天体である。そのような天体がいつどのように生まれて進化してきたかを理解することは、宇宙物理学の大きな課題の一つになっている。銀河団の進化には、未だ正体のわからないダークマターやダークエネルギーが深く関わっている。そのため、私はダークマターを大量に含む天体である銀河団に注目してきた。銀河団のダークマターの重力ポテンシャルには、高温のガスが閉じ込められていて、強い X 線を出す。従って、天体からの X 線を捉えることで、目には見えないガスやダークマターの情報を引き出すことができる。

そこでまず、銀河団カタログのなかで最もガスの温度が高い銀河団 A2163 について、「すざく」衛星の X 線データを詳細に解析した。その結果、A2163 の中に銀河団同士が衝突することで生じる極めて高温の領域があることを特定した(図 1)。一方で、過去に報告されていた高エネルギー粒子からの硬 X 線放射は見られず、従来よりも厳密な制限を得ることに成功した。これらの新しい成果について国際会議で発表した[詳しくは§1-3 および文献 1]。その後、弾丸銀河団と呼ばれる天体についても同様の結果を得ている[文献 2]。以上の観測結果はいずれも、銀河団進化の理解に新しい知見をもたらすものであり、今後ダークマターとガスの分布の比較をさらに進めることで、宇宙構造形成の謎に迫っていく予定である。

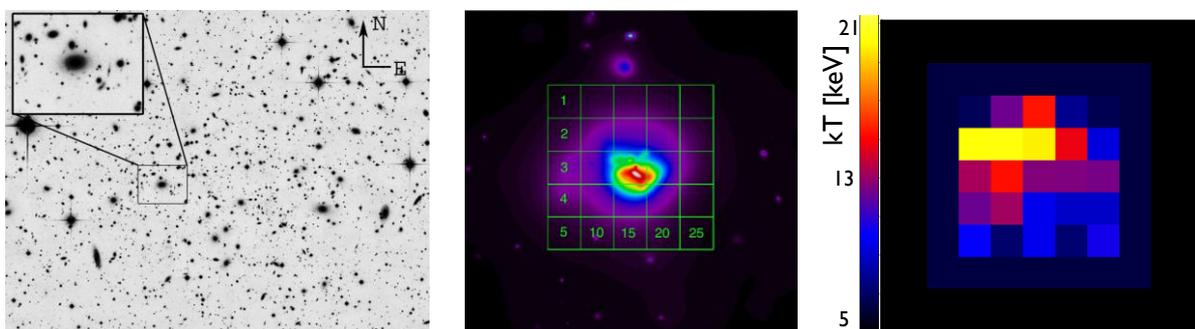


図 1. A2163 銀河団の可視光画像(左; Radvich et al. 2008 より)。黒い点一つ一つが銀河で、多数群れをなしている様子がわかる。X 線画像(中央)と今回得られた銀河団ガスの温度分布(右; 図の一边は約 60 万光年)。北東に数億度の高温の場所がみられる。

また、可視光サーベイで発見された多重像クエーサーSDSS J1029+2623 についても研究を進めた。チャンドラ衛星を用いて多重像クエーサーと重力レンズ銀河団の両方を検出し、遠方宇宙におけるダークマターの分布を精度よく求めることができた[主著論文を *The Astrophysical Journal* に投稿済み]。加えて、X 線で極めて暗いという特徴を持つ A76 [文献 3,4] や、近傍銀河団中の重元素量[文献 5]、銀河団の外縁部 [文献 6,7] についても共同研究を進め、学会発表や査読付き論文の出版を行った。

現在稼働中の人工衛星を利用した研究と平行して、将来打ち上げが予定されている日本の ASTRO-H 衛星と欧州の e-Rosita 衛星による宇宙観測の検討も開始した。これには国際的な研究協力と綿密な計画が不可欠である。2012 年 3 月上旬にドイツ・マックスプランク研究所とボン大学に滞在し、研究打合せやセミナーを行う。

## 1-2. X 線カロリメータの性能評価

2014 年打ち上げを目指して開発が進む X 線観測衛星 ASTRO-H には X 線カロリメータが搭載される。X 線カロリメータが実現すれば、従来の数 10 倍の精度で詳細な X 線分光データが取得でき、宇宙空間に存在する高温ガスの運動の様子が直接測定できるようになる(図 2)。そのため、ダークマターを引き金としたダイナミックな天体形成の様子が浮き彫りにされるだろうと世界中の注目を集めている。

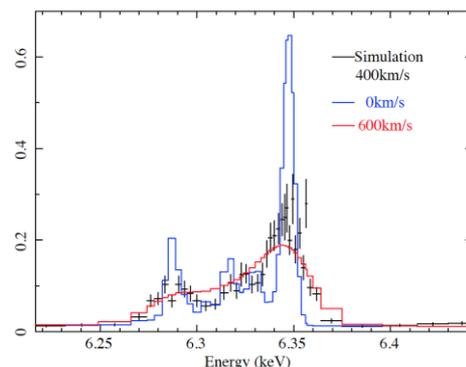
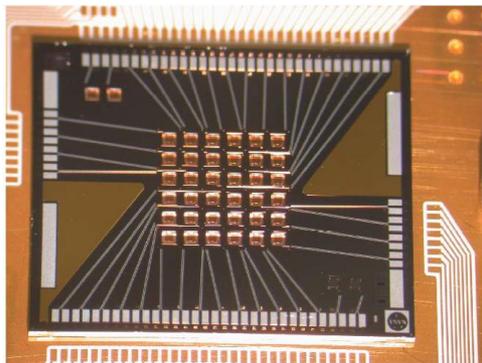


図 2. X 線マイクロカロリメータ(左; Mitsuda et al. 2010 より)と銀河団を観測したときに予想される鉄輝線の X 線分光データ(右)。銀河団中のガスが 400 km/s の速度で運動しているとした場合のシミュレーションを、速度が 0, 600 km/s の場合のモデルと比較した。天体形成に伴うガスの動きを、鉄輝線のドップラー広がりとして検出できる。

X 線カロリメータの性能を最大限に引き出すためには、検出器の精密な性能評価に加えて適切にデータ処理を行うソフトウェア開発が必要となる。私は、X 線カロリメータチームの Instrument Scientist としてそれらを主体的に進め、衛星プロジェクトに貢献している。第 12 回宇宙科学シンポジウムにおいてはポスター発表を行い、現在までの研究活動について広く公表することができた[文献 8,9,10]。

### 1-3. 国際会議への参加と口頭発表

スキルアップ経費の支援を受け、平成 23 年 7 月 17 日～7 月 24 日 SLAC 国立加速器研究所で開催された(a)「第 6 回 ASTRO-H Science Meeting」および(b)「Exploring the X-ray Universe: Suzaku and Beyond」に参加し、研究発表や議論を行った。

(a)においては、宇宙の構造進化の解明を目的とした天体観測に必要な ASTRO-H 搭載機器の較正精度について報告や議論を行った。それまで主に国内メンバーで進めてきた、X 線カロリメータの機器精度の検討結果を、国外のメンバーとも共有し、広く意見交換をすることができた。

(b)では、約 200 名の参加者があった。私は、1-1 で述べた「すざく」衛星による銀河団の観測結果と衝突合体現象に伴う銀河団ガスの進化について、口頭発表した[文献 1]。会議後にも発表内容に対して反響があり、国際的にも良い評価を得ることができた実感している。現在、研究結果を投稿論文にまとめている。

### 2. 今後の計画

引き続き、X 線や様々な波長の電磁波による観測を軸として、宇宙物理学の研究を進める計画である。まずこれまでに得られた銀河団の観測成果を論文発表し、かつ天体のサンプル数を増やすことで、結果をより確実にしたい。また、ASTRO-H 衛星プロジェクトについては、具体的な宇宙観測の戦略の検討や、それを実現するための X 線カロリメータ検出器の較正実験をさらに進める予定である。

[文献]

- 1) Naomi Ota, Detection of hard X-ray emission from the hottest Abell galaxy cluster A2163 with Suzaku, Exploring the X-ray Universe: Suzaku and Beyond (Menlo Park, CA), <http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/suzaku/results/suzaku2011/> (2011).
- 2) 永吉賢一郎, 太田直美, 松下恭子, 満田和久, “すざく衛星を用いた The Bullet Cluster の硬 X 線探査”, 天文学会春季年会(京都市), T02a (2012).
- 3) 藤野遥子, 太田直美, H. Boehringer, G. W. Pratt, “すざく衛星による低表面輝度銀河団 A76 のエントロピー測定”, 第 12 回宇宙科学シンポジウム(相模原市), P3-002 (2012).
- 4) 藤野遥子, 太田直美, 山内茂雄, H. Boehringer, G. W.Pratt, “すざく衛星による定評面輝度銀河団 A76 のエントロピー測定”, 天文学会春季年会(京都市), T07a (2012).
- 5) Eri Sakuma, Naomi Ota, Kosuke Sato, Takuya Sato, Kyoko Matsushita, “Suzaku Observations of Metal Distributions in the Intracluster Medium of the Centaurus Cluster”, Publications of the Astronomical Society of Japan, 63, SP3, 979-990 (2011).
- 6) Takuya Sato, Kyoko Matsushita, Naomi Ota, Kosuke Sato, Kazuhiro Nakazawa, Craig L. Sarazin, “Suzaku Observations of Iron K-Lines from the Intracluster Medium of the Coma Cluster”, 63, SP3, 991-1007 (2011).

- 7) Hiroki Akamatsu, Akio Hoshino, Yoshitaka Ishisaki, Takaya Ohashi, Kosuke Sato, Yoh Takei, Naomi Ota, “X-ray Study of the Outer Region of Abell 2142 with Suzaku”, 63, SP3, 1019-1033 (2011).
- 8) 大橋隆哉, R. Mushotzky, 松下恭子, 上田佳宏, 久保田あや, 太田直美, 内山恭伸, R. Smith, 馬場彩, 山田真也, 辻本匡弘, 川原田円, 湯浅孝行, 小高裕和, 高橋忠幸, “ASTRO-H の目指すサイエンス 1 & 2”, 第 12 回宇宙科学シンポジウム(相模原市), P4-002 & P4-003 (2012).
- 9) 満田和久, 山崎典子, 竹井洋, 辻本匡弘, 小川美奈, 杉田寛之, 佐藤洋一, 篠崎慶亮, 岡本篤, 大橋隆哉, 石崎欣尚, 江副祐一郎, 藤本龍一, 星野晶夫, 田代 信, 寺田幸功, 北本俊二, 村上弘志, 玉川徹, 佐藤浩介, 太田直美, 村上正秀, R.L. Kelley, C.A. Kilbourne, F.S. Porter, G.A. Snedermann, K.R. Boyce, M.J. DiPirro, P.J. Shirron, K.C. Gentreau, G.V. Brown, D. McCammon, A. Szymkowiak, J.-W. den Herder, C. de Vries, E. Costantini, S.Paltani, M.Pohl, 他 ASTRO-HSXS チーム, “ASTRO-H 衛星搭載 SXS-XCS 検出器”, 第 12 回宇宙科学シンポジウム(相模原市), P4-006 (2012).
- 10) 寺田幸功, Lorella Angelini , Rob Petre, Jan-Willem den Herder, 石橋和紀, Una Hwang, Hans Krimm, 太田直美, 森浩二, 幅 良統, 高橋弘充, 信川正順, 山田真也, 高橋忠幸, “ASTRO-H 科学用の科学解析用ソフトウェア・キャリブレーション”, 第 12 回宇宙科学シンポジウム(相模原市), P4-00H (2012).

## 発光性希土類錯体によるアニオン発光応答性とその発光メカニズムの解明

理学部化学科 片岡 悠美子

希土類錯体は、そのダイナミックな配位化学とf-f遷移に基づく発光特性を有することから、分子レベルでの発光材料として大きな注目を集めている。筆者はこれまで、希土類錯体の錯体構造を制御することで、希土類錯体による「アニオン認識能」や「発光センシング」系を構築することを目的とする研究に取り組んできた。希土類錯体に優れた「分子認識能」を付与するためには、適切な有機配位子の設計、及び希土類錯体と標的基質分子からなる高配位型錯体の構造をいかに制御するかが非常に重要なポイントとなる。著者は、これまで希土類錯体のもつアニオン認識能と発光機能を組み合わせて、外部アニオンとの高配位型錯体の形成を発光挙動によって検出し、アニオンの濃度や種類を決定するアニオンセンシング系を構築できることを見出してきた。この際、外部アニオン基質の認識部位は、希土類中心へのアニオンの配位そのものであること、もともと希土類イオンに配位している水分子や溶媒分子は、ある特定の配位性アニオンとの配位交換によって希土類イオンの配位圏から離脱し、希土類発光効率の増減を示すことが予想された。つまり、ゲストアニオン・希土類イオン・配位子による高配位型錯体の形成がアニオン認識のための重要なカギであり、系中でより安定で強発光性を示す高配位型錯体を形成させることが発光性希土類錯体によるアニオン認識能の構築にとって必要不可欠であると考えられた。しかし最近、当研究室において、単分子磁石 (SMM) 特性を示す希土類錯体として開発されてきた亜鉛(II)-テルビウム(III)-亜鉛(II)三核錯体**1**および**2**(図1)が、亜鉛(II)上の軸配位子であるハロゲン化物イオンの種類を変えることによって、その固体発光量子収率を大きく異なることが確認された。これらの錯体は等構造であるにもかかわらず、臭化物イオンでは11%、ヨウ化物では4%とその発光挙動が、希土類イオンに直接配位しなくとも隣接する亜鉛への配位によって何らかの環境変化を生じさせ、希土類錯体の発光メカニズムそのものに大きな影響を与えることを見出した<sup>1),2)</sup>。

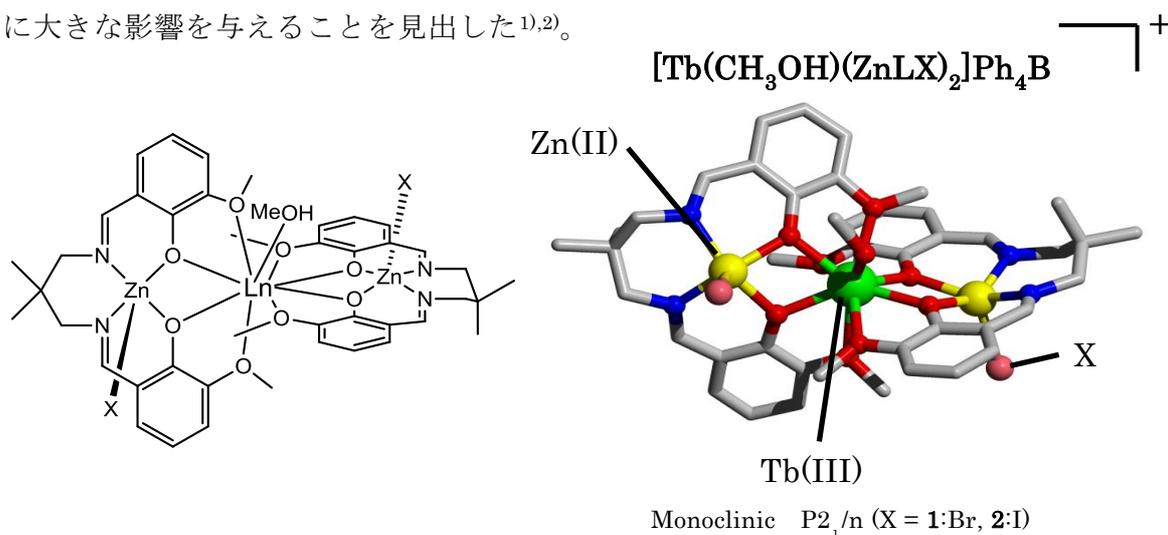


図 1. 亜鉛(II)-テルビウム(III)-亜鉛(II)三核錯体の結晶構造

そこで、アセトニトリル溶液中で、亜鉛(II)-テルビウム(III)-亜鉛(II)三核錯体によるハロゲン化物のテルビウム発光応答性を検討した。用いた亜鉛(II)-テルビウム(III)-亜鉛(II)三核錯体は、結晶構造解析の結果から、希土類イオンに対し9配位構造を有し、2つの亜鉛軸上にはそれぞれハロゲン化物イオンが配位していると考えられた。硝酸テルビウムに対し、亜鉛錯体を1:2の混合比で調整し、亜鉛(II)-テルビウム(III)-亜鉛(II)三核錯体を形成させたのち、フッ化物イオン、塩化物イオン、臭化物イオン、ヨウ化物イオンをそれぞれ添加したところ、とくに、塩化物イオン、臭化物イオンに対して顕著な発光増大が観測された(図2)。これらの発光挙動は、上記で示した固体量子収率と同様の傾向が観測された。一定濃度の三核錯体に塩化物イオンを加えていくと、亜鉛(II)軸上にハロゲン化物が配位していく様子が確認された。これらの研究成果は本年度3月に開催される「第2回希土類化学に関する勉強会」(3日大阪大学豊中キャンパス)および「日本化学会第92回春季年会」(25日~28日慶應義塾大学日吉キャンパス)にて報告発表する予定である<sup>2),3)</sup>。

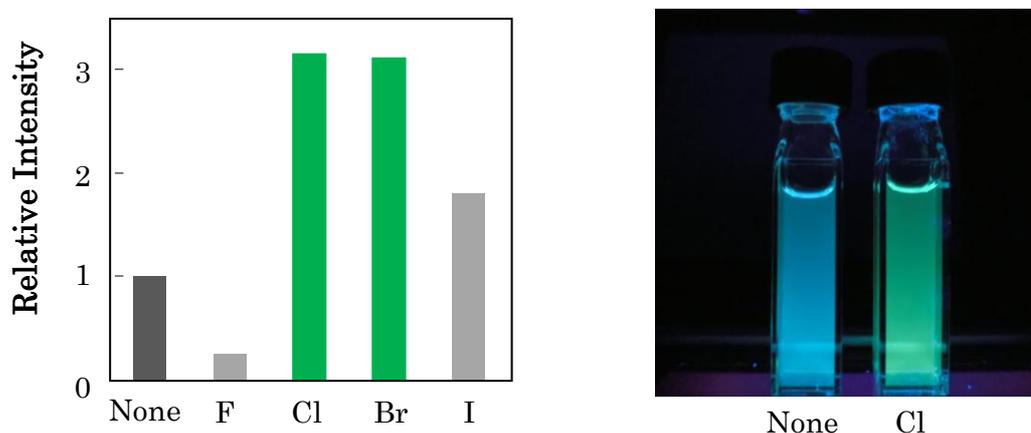


図 2. 三核錯体によるハロゲン化物イオンの発光応答性

[文献]

- 1) 山下 桂・宮崎理恵・片岡悠美子・梶原孝志・中西貴之・長谷川靖哉・中野元裕・山村朝雄, 日本化学会第 92 回春季年会 (横浜) (2012).
- 2) 楠 尚子・桑谷真莉奈・山下 桂・長谷川靖哉・中西貴之・片岡悠美子・梶原孝志, 日本化学会第 92 回春季年会 (横浜) (2012).
- 3) 楠 尚子・桑谷真莉奈・山下 桂・長谷川靖哉・中西貴之・片岡悠美子・梶原孝志, 第 2 回希土類化学に関する勉強会 (大阪) 3-3 (2012).

建築部位・部材の手での接触抵抗の評価方法に関する研究  
 異形部位・部材を対象として

生活環境学部住環境学科 工藤 瑠美

本年度は、異形部位・部材を対象として、手での接触抵抗の評価方法に関する研究成果を報告する。

高齢者や身体に障害のある人々は、日常生活において、手摺などの建築部位・部材に手を触れて動作を支援している。手を触れることによる動作支援は、手と建築部位・部材の間に生じる接触時の抵抗（以降、接触抵抗と呼ぶ。）が重要な要因となることから、これまで建築部位・部材の指・掌・手での接触抵抗の評価方法<sup>1)~2)</sup>を提案してきた。提案した評価方法は、指・掌・手の各々が平面形状の建築部位・部材に触れる場合を検討したもので、貴重な研究成果といえるが、動作支援において体幹を支えたり、体重をかけた場合に、特に手での接触抵抗が重要になってくると考えられる。その際、手の接触は指を巻きつける、又は指を引っ掛けるように触れることが多く、高齢者などは手摺が設置されていない場所において、手元にある柱や窓枠などの立体的な形状のある建築部位・部材（以降、総じて異形部位・部材と呼ぶ。）に触れることが観察できる。以上の背景から、本研究では、異形部位・部材の手での接触抵抗の評価方法について研究することを目的とする。

研究方法は次のとおりである。

1. 官能検査手法を用いて、手を触れながら所定の動作を行い、動作のしやすさ、しにくさの判断を抽出し、動作支援に関する心理的尺度（以降、動作支援尺度とする。）を構成する。
2. 1 で構成した動作支援尺度に対応する接触抵抗を測定できる、手での接触抵抗試験機を設計・試作し、接触抵抗の測定方法を設定する。
3. 設計・試作した手での接触抵抗試験機を用いて測定した接触抵抗と構成した動作支援尺度の対応を検出し、動作支援に関する評価指標として提示する。

1. 官能検査

表1に示す官能検査の概要をもとに実施した検査結果を用いて、尺度構成理論に従い動作支援尺度を構成した。構成した尺度の相互関係の代表例を図1に示す。図より、いずれの検査条件の組み合わせにおいても、概ね良い対応が見られたことから、動作、試料の設置方向に関わらず、同一方法で測定する接触抵抗で、動作のしやすさを評価できる可能性が見出せた。

2. 手での接触抵抗試験機の設計・試作

官能検査時の手の接触状況の観察から、動作のしやすさは、指の巻き込み、引っかかり

表1. 官能検査の概要

構成する尺度	動作支援尺度	
構成尺度	絶対判断による系列範疇法	
質問事項	試料に手を触れて所定の動作を行ってください。その際、動作のしやすさについて、次の5段階の判断範疇でお答えください。	
系列範疇法	①かなり動作しにくい	
	②やや動作しにくい	
	③どちらでもない	
	④やや動作しやすい	
	⑤かなり動作しやすい	
動作及び試料の設置方向	動作(略称)	試料の設置方向
	椅子から立ち上がる(立つ)	鉛直方向
		水平側面方向
		水平正面方向
	椅子に座る(座る)	鉛直方向
		水平側面方向
水平正面方向		
歩行する(歩行)	水平側面	
検査試料	23種類	
検査員	30代~50歳の健常者(男女12名)	

などが大きく影響していることから、異形部位・部材に手が接触する状況をできるだけ再現させること、さらに接触時のすべりや引っかかり、食い込みなどの影響を抽出することなどを考慮し、写真1に示す手での接触抵抗試験機を構想した。異形部位・部材に手が触れたときの状況に近似させるため、図2-1に示すピンチに接触抵抗片を固定させた接触部を作成した。ピンチの開閉により、固定した接触抵抗片が様々な異形部位・部材に応じて変形して接触する仕組みである。接触部を図2-2に示すように水平に固定した異形部位・部材に接触部を設置し、ロードセルで引張ったときの最大引張荷重を接触抵抗値として検出する測定方法である。

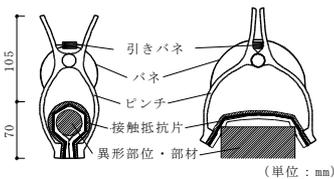


図2-1. 手での接触抵抗試験機の接触部

### 3. 手での接触抵抗の評価方法の提示

設計・試作した手での接触抵抗試験機で測定した接触抵抗値と2で構成した心理的尺度の関係を図3に示す。図より心理的尺度と接触抵抗値の関係は、全体的にみて良い対応を示しているといえる。すなわち設計・試作した手での接触抵抗試験機の妥当性が確認できる。以上より、図3を手での接触抵抗の評価指標として提案する。評価方法としては、対象とする異形部位・部材を図2-2に示す手での接触抵抗試験機で測定し、得られた接触抵抗値を図3に示すグラフで照合し、動作支援の観点から判断する方法である。

今後は、より多くの異形部位・部材に対応できるように研究を深めていきたいと考えている。  
[文献]

- 1) 工藤瑠美 他, 姿勢保持からみた建築部位・部材の指での接触抵抗の評価方法に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第75巻, pp.1439-1444, (2010年8月) .
- 2) 工藤瑠美 他, 掌および手での接触抵抗に関する評価方法の提示 動作支援・姿勢保持からみた建築部位・部材の接触抵抗の評価方法に関する研究, 日本建築学会構造系論文集, 第76巻, pp.37 - 44, (2011年1月) .

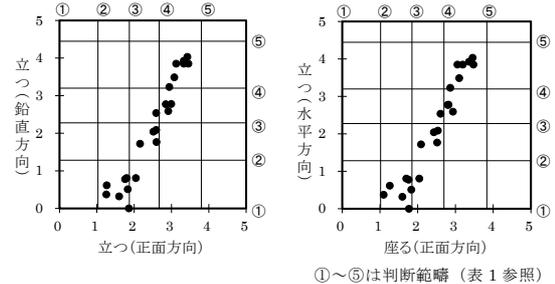


図1. 動作支援尺度の相互関係の代表例

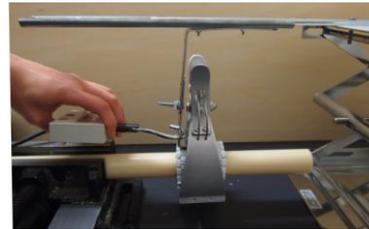


写真1. 設計・試作した手での接触抵抗試験機

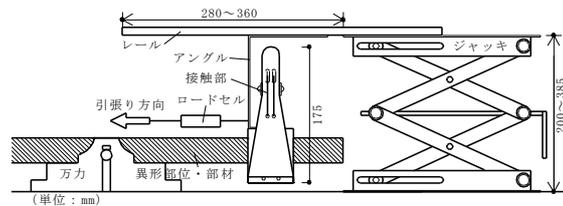


図2-2. 設計・試作した手での接触抵抗試験機の概要

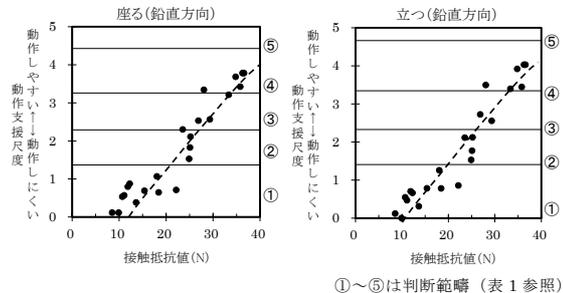


図3. 動作支援尺度の接触抵抗の関係の代表例

## 多様なモデルに対応した拡散過程の研究

理学部数学科 嶽村 智子

多様なモデルに対応する確率過程の構築を目指し、その性質を研究することを目的とし研究を行っている。特に「一次元拡散過程と球面上のブラウン運動との斜積拡散過程」と「一次元拡散過程の  $h$  変換」を対象とし研究を行っている。以下、各テーマにわけ報告する。

### [斜積拡散過程]

社会の発展に伴い必要となるモデルも多様化している。例えば、伝染病のモデルを考えるとき地球の表面上の運動だけでなく、空路と空路を結ぶように点と点が特異的に結ばれている状況を考えなければならない (図 1)。このようなモデルに対応するコンパクト多様体上での運動について研究を行っている (図 2)。

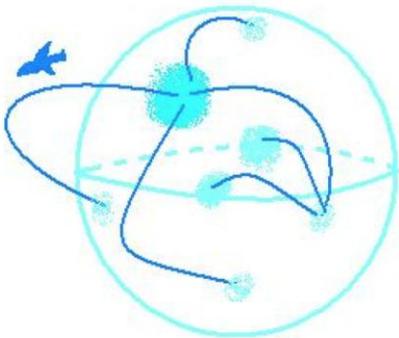


図 1: 空路

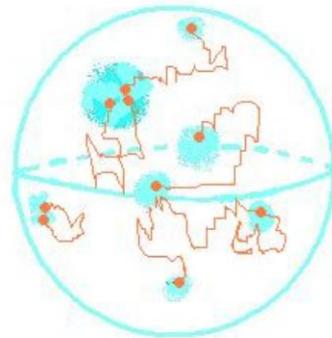


図 2: モデル

一次元拡散過程と球面上のブラウン運動の斜積拡散過程のフェラー性、収束定理について解析的な手法であるディリクレ形式と確率論的手法である半群の表現によって結果を得る事ができていたが、更に半群の性質に着目することによって、斜積拡散過程と時間変更された斜積拡散過程に対して、再帰性／非再帰性の判定条件を得ることができた。この結果を学術誌に投稿するとともに積極的に国内外で講演を行った。[文献 1, 4, 5, 6]

またボン大学に 3 週間滞在することによって、アルベリオ先生と今後の研究に繋がる議論を行うこともできた。生物モデルに対応する拡散過程の極限定理について、今後も議論を行う予定である。

### [ $h$ 変換]

確率過程を特徴付ける推移確率密度関数を場に依存した調和関数で変換させることにより

新しい運動を取り出すことができる。ここでは、一次元拡散過程に対して、対応する生成作用素の調和関数を用いて  $h$  変換を行う。この変換では、消滅項をもつ拡散過程から消滅項がないものへの変換を取り出すことができ、複雑な過程をよく知られた過程に変換することができる。この  $h$  変換による端点での境界条件の変化が調和関数と拡散過程を特徴づける関数により分類される[文献 3]。ここで取り扱った  $h$  変換の逆変換も知られており、これらの相互関係について得た結果と具体的で興味深い例も得ることができ、これらをまとめ学術誌に投稿した[文献 2]。更に、この  $h$  変換と逆変換との関係、端点での状態の変化に着目し、一般的に難しいスペクトル表現が、記述されるという結果を得、これらの内容を学術論文へ投稿するため準備を行っている。また活発に研究集会等で講演を行うことにより、今後に繋がる議論を行うことができた。[文献 7, 8]

[文献]

- 1) Takemura T. and Tomisaki M., *Recurrence/transience criteria for skew product diffusion processes*, Proc. Japan Acad. Ser. A Math. Sci., 87 (2011), no. 7, 119--122.
- 2) Takemura T. and Tomisaki M., *h transform of one dimensional generalized diffusion operators*, Kyushu J. Math., to appear.
- 3) Takemura T., *State of boundaries for harmonic transforms of one-dimensional generalized diffusion processes*, Annual Reports of Graduate School of Humanities and Sciences, Nara Women's Univ., Vol. 25 (2009), 285--294.
- 4) Takemura T., *Convergence of time changed skew product diffusion processes*, Potential Anal., to appear.

[講演]

- 5) Takemura T., *Recurrence/Transience criteria for skew product diffusions*, The 5th International Conference on Stochastic Analysis and Its Applications, University of Bonn, Bonn, Germany, September 2011.
- 6) Takemura T., *Convergence of time changed skew product diffusion processes*, Mathematical Physics, Spectral Theory and Stochastic Analysis, Goslar, Germany, September 2011.
- 7) Takemura T., 一次元広義拡散過程の  $h$  変換, 日本数学会 2011 年度秋季総合分科会, 信州大学, 2011 年 9 月.
- 8) Takemura T., 一次元拡散過程の  $h$  変換, 研究集会「マルコフ過程と関連する話題」, KKR 鹿児島, 2011 年 4 月.